

Příklad 1. Pro komplexní čísla $z_1 = 2i - 1$ a $z_2 = 1 - i$ v algebraickém tvaru spočtěte:

$$z_1 + z_2, \quad z_2 - z_1, \quad z_1 \cdot z_2, \quad \frac{z_2}{z_1}.$$

a vyjádřete z_1, z_2 a $z_1 + z_2$ v exponenciálním tvaru. Zakreslete z_1, z_2 a $z_1 + z_2$ do roviny komplexních čísel.

Příklad 2. Komplexní číslo $z = i$ převed'te do exponenciálního tvaru a vypoč'te:

$$\sqrt[2]{z}, \quad z^2.$$

Zakreslete z a $\sqrt[2]{z}, z^2$ do roviny komplexních čísel.

Příklad 3. Najděte všechna řešení rovnice

$$x^4 - 16 = 0.$$

Jakého je rovnice řádu a kolik má kořenů? Zakreslete do Gaussovy roviny.

Příklad 4. Vyřešte rovnici

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0,$$

pokud víte, že má kořen $x_1 = 1$.

Příklad 5. Rozložte na parciální zlomky výraz:

$$\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}.$$

Příklad 6. Rozhodněte o konvergenci řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{2^n \cdot (n+2)}.$$

Příklad 7. Rozviňte v bodě $x_0 = 1$ do Taylorovy řady funkci

$$f(x) = (x+1)^2.$$

Funkci i její rozvoj nakreslete.

Příklad 8. Vypoč'te integrál a výsledek ověřte derivací

$$\int \left(\frac{x^2}{x}(x-1)^2 + x \cdot \sin(x^2) \right) dx.$$

Příklad 9. Ověřte zda-li jsou funkce

$$y_1(x) = \sin(x), \quad y_2(x) = x \cdot (x - 2)^2, \quad y_3(x) = e^x$$

řešením diferenciální rovnice

$$y'' - y = 0.$$

Příklad 10. Nalezněte řešení $y = f(x)$ diferenciální rovnice

$$yy' - x = 1$$

s počáteční podmínkou $y(0) = 1$. Výsledek ověřte dosazením zpět do diferenciální rovnice.